JISKa, Vol. 4, No. 2, SEPTEMBER, 2019, Pp. 109 – 117
ISSN : 2527 – 5836 (print) | 2528 – 0074 (online)

Metode Iterasi Tiga Langkah untuk Menyelesaikan Persamaan NonLinear dengan Menggunakan Matlab

Deasy Wahyuni[1] , Elisawati[2]
[1] Teknik Informatika, [2]Sistem Informasi,
Sekolah Tinggi Manajemen Informatika dan Komputer (STMIK) Dumai
e-mail: deasywahyuni1@gmail.com, elisawati06@gmail.com

Abstract

Newton method is one of the most frequently used methods to find solutions to the roots of nonlinear equations. Along with the development of science, Newton's method has undergone various modifications. One of them is the hasanov method and the newton method variant (vmn), with a higher order of convergence. In this journal focuses on the three-step iteration method in which the order of convergence is higher than the three methods. To find the convergence order of the three-step iteration method requires a program that can support the analytical results of both methods. One of them using the help of the matlab program. Which will then be compared with numerical simulations also using the matlab program.

Keywords : newton method, newton method variant, Hasanov Method and order of convergence

Abstrak

Metode Newton adalah salah satu metode yang paling sering digunakan untuk menemukan solusi untuk akar persamaan nonlinear. Seiring dengan perkembangan ilmu pengetahuan, metode Newton telah mengalami berbagai modifikasi. Salah satunya adalah metode hasanov dan varian metode newton (vmn), dengan tatanan konvergensi yang lebih tinggi. Dalam jurnal ini berfokus pada metode iterasi tiga langkah di mana urutan konvergensi lebih tinggi dari tiga metode. Untuk menemukan urutan konvergensi dari metode iterasi tiga langkah memerlukan program yang dapat mendukung hasil analitik dari kedua metode. Salah satunya menggunakan bantuan program matlab. Yang kemudian akan dibandingkan dengan simulasi numerik juga menggunakan program matlab.

Kata kunci : metode newton, varian metode newton, Metode Hasanov dan urutan konvergensi

1. PENDAHULUAN

STMIK Dumai merupakan salah satu perguran tinggi berbasis komputer di kota Dumai yang menghasilkan lulusan yang ahli didalam bidang ilmu komputer. Ini merupakan salah satu bentuk dukungan terhadap visi misi pemerintah untuk mencerdaskan kehidupan bangsa sesuai dengan pembukaan UUD 1945. Para lulusan ini diharapkan mampu mengembangkan ilmu pengetahuan yang mereka miliki.

Terutama di program studi Teknik Informatika, para mahasiswa dituntut untuk dapat mengaplikasikan ilmu yang didapat dalam kehidupan sehari-hari. Salah satunya adalah menyelesaikan persamaan-persamaan matematika menggunakan aplikasi komputer.

Salah satu mata kuliah yang mengaplikasikan persamaan-persamaan dalam bentuk algoritma adalah analisa numerik. Untuk menemukan solusi akar-akar pada persamaan numerik dibutuhkan beberapa metode untuk menemukan orde konvergensi yang lebih tinggi.

Mencari akar-akar dari persamaan nonlinear

$$f(x)=0 \qquad ...(1.1)$$

Merupakan hal yang umum dan sangat penting di dalam sains dan teknologi. Dalam menyelesaikan persamaan nonlinear dapat dilakukan dengan analitik dan numerik. Metode analitik dalam menentukan akar persamaan nonlinear terkadang mengalami kesulitan dalam menggunakannya. Oleh karena itu satu hal yang mungkin adalah dengan mendapatkan solusi aproksimasi yang mana solusi ini bergantung pada teknik numerik yang berdasarkan metode iterasi.

Salah satu metode numerik yang sering digunakan dalam pencarian akar adalah metode Newton. Metode ini paling sering digunakan karena sangat efisien dan kekonvergenannya kuadratik atau konvergen berorde dua. Secara umum bentuk iterasi metode Newton adalah :

$$x_{n+1}=x_n-\frac{f(x_n)}{f'(x_n)}, \qquad f'(x_n)\neq 0, \quad n=0,1,2,\ldots \qquad ...(1.2)$$

Dengan semakin berkembangnya ilmu pengetahuan metode Newton pun telah mengalami berbagai modifikasi. Salah satunya adalah metode hasanov dan Varian Metode Newton (VMN). Kedua metode ini memiliki kekonvergenan yang lebih tinggi dari pada metode newton.

Selanjutnya untuk mengembangkan metode newton, metode hasanov dan Varian Metode Newton (VMN) dalam artikel yang berjudul "*An Efficient Three-Step Iterative Method with Sixth-Order Convergence for Solving Non Linear Equations"*. Artikel ini merupakan pengembangan kajian detail dari artikel tersebut.

2. METODE PENELITIAN

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah :

a. Metode Newton (Atkinson, 1989)

$$x_{n+1}=x_n-\frac{f(x_n)}{f'(x_n)}, f'(x_n)\neq 0, n=0,1,2,..., \qquad ...(2.1)$$

b. Metode VMN (Weerakon, S. and Fernando, 1998)
Untuk mengaproksimasi metode newton agar mendekati akar α pada persamaan non linear $f(x)=0$, dimulai dengan aproximasi awal yaitu x_0^* yang dekat ke α dan menggunakan skema titik iterasi yang sesuai dengan persamaan (2.1) yaitu:

$$x_{n+1}^*=x_n^*-\frac{f(x_n^*)}{f'(x_n^*)}, f'(x_n)\neq 0, n=0,1,2,..., \qquad ...(2.2)$$

dimana x_n^* adalah iterasi ke-n.

c. Metode hasanov (Cheney, W. and Kincaid, 1994)

$$x_{n+1}=x_n-\frac{6f(x_n)}{f'(x_{n+1}^*)+4f'\left(x_{n+1}^{**}\right)+f'(x_n)} \qquad …(2.3)$$

d. Kerangka Kerja
Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode newton, metode VNM dan metode hasanov. Penggabungan dari ketiga metode tersebut inilah yang dinamakan metode iterasi tiga langkah. Yang mana bentuk Persamaan Metode Iterasi Tiga Langkah tersebut adalah :

$$z_n = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}, \qquad f'(x_n) \neq 0 \qquad ...(2.1)$$

$$y_n = x_n - \frac{2f(x_n)}{f'(x_n) + f'(z_n)} \qquad ...(2.2)$$

$$x_{n+1} = y_n - \frac{6f(y_n)}{f'(y_n) + 4f'\left(\frac{z_n + y_n}{2}\right) + f'(z_n)} \qquad ...(2.3)$$

Untuk menemukan solusi yang dekat ke hampiran akar dari suatu persamaan nonlinear dengan menggunakan Metode Iterasi Tiga Langkah maka diperlukan beberapa tahapan, yang mana tahapan atau langkah penyelesaiannya adalah sebagai berikut :

Langkah 1: menentukan Solusi z_n dari persamaan (2.1)

Langkah 2: Hasil dari persamaan (2.1) disubstitusikan pada persamaan (2.2)

Langkah 3 : Hasil dari Persamaan (2.2) di substitusikan ke persamaan (2.3)

Demikian selanjutnya sampai solusi mendekati akar dengan error yang sangat kecil

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada bab ini dibahas mengenai proses terbentuknya metode iterasi baru tiga langkah, kekonvergenan dari metode iterasi tiga langkah serta simulasi numerik dengan menggunakan program Matlab.

3.1 Metode Iterasi Tiga Langkah dengan Kekonvergenan Berorde Enam

Dalam metode ini untuk menemukan akar dari persamaan (3.1), (3.2) dan (3.3) digunakan beberapa langkah. Yang selanjutnya disebut dengan persamaan Metode Iterasi Tiga Langkah

3.2 Kekonvergenan Metode Iterasi Tiga Langkah

Teorema 3.1 Misalkan $\alpha \in I$ adalah akar sederhana dari fungsi $f : I \subseteq R \rightarrow R$ yang terdiferensialkan secukupnya pada interval terbuka di I. Jika x_0 adalah cukup dekat ke α maka persamaan (3.1), (3.2) dan (3.3) memiliki orde konvergensi enam.

Bukti:

Misalkan α adalah akar sederhana dari f, maka $f(\alpha) = 0.$ Misalkan $f'(\alpha) \neq 0,$ dan f terdifferensialkan secukupnya, dengan menggunakan ekspansi Taylor untuk $f(x_n)$ disekitar $x_n = \alpha,$

$$f(x_n) = f(\alpha) + (x_n - \alpha)f'(\alpha) + \frac{(x_n - \alpha)^2}{2!}f''(\alpha) + \frac{(x_n - \alpha)^3}{3!}f'''(\alpha) + \frac{(x_n - \alpha)^4}{4!}f^{(4)}(\alpha) + \frac{(x_n - \alpha)^5}{5!}f^{(5)}(\alpha) + \frac{(x_n - \alpha)^6}{6!}f^{(6)}(\alpha) + O(e_n^7) \qquad ...(4.1)$$

Karena $f(\alpha) = 0$, dan misalkan $e_n = x_n - \alpha$ maka persamaan (4.1) menjadi :

$$f(x_n) = e_n f'(\alpha) + \frac{e_n^2}{2!}f''(\alpha) + \frac{e_n^3}{3!}f'''(\alpha) + \frac{e_n^4}{4!}f^{(4)}(\alpha) + \frac{e_n^5}{5!}f^{(5)}(\alpha)$$

$$+\frac{e_n^6}{6!}f^{(6)}(\alpha)+O(e_n^7), \quad ...(4.2)$$

Bila dinyatakan $c_k=\frac{1}{k!}\frac{f^{(k)}(\alpha)}{f'(\alpha)}$ untuk $k=2,3,...$ sehingga persamaan (4.2) menjadi:

$$f(x_n)=e_n f'(\alpha)+c_2e_n^2 f'(\alpha)+c_3e_n^3 f'(\alpha)+c_4e_n^4 f'(\alpha)$$
$$+c_5e_n^5 f'(\alpha)+c_6e_n^6 f'(\alpha)+O(e_n^7). \quad …(4.3)$$

Jika disederhanakan persamaan (4.3) menjadi:

$$f(x_n)=f'(\alpha)[e_n+c_2e_n^2+c_3e_n^3+c_4e_n^4+c_5e_n^5+c_6e_n^6+O(e_n^7)]. \quad ...(4.4)$$

Selanjutnya dengan cara yang sama didapat:

$$f'(x_n)=f'(\alpha)+f^{(2)}(\alpha)e_n+\frac{1}{2!}f^{(3)}(\alpha)e_n^2$$
$$+\frac{1}{3!}f^{(4)}(\alpha)e_n^3+\frac{1}{4!}f^{(5)}(\alpha)e_n^4+\frac{1}{5!}f^{(6)}(\alpha)e_n^5+O(e_n{}^6)$$
$$=f'(\alpha)\left[e_n+\frac{1}{2!}\frac{f^{(2)}(\alpha)}{f'(\alpha)}e_n+\frac{1}{3!}\frac{f^{(3)}(\alpha)}{f'(\alpha)}e_n^2+\frac{1}{4!}\frac{f^{(4)}(\alpha)}{f'(\alpha)}e_n^3\right.$$
$$f'(x_n)=f'(\alpha)[1+2c_2e_n+3c_3e_n^2+4c_4e_n^3+5c_5e_n^4+6c_6e_n^5+O(e_n^6)]. \quad …(4.5)$$

Kemudian persamaan (4.4) dibagi dengan persamaan (4.5) sehingga didapat:

$$z_n=\alpha+c_2e_n^2+(2c_3-2c_2^2)e_n^3+(4c_2^3-7c_2c_3+3c_4)e_n^4$$
$$+(-6c_3^2+4c_5-8c_2^4-10c_2c_4+20c_2^2c_3)e_n^5$$
$$+(-52c_2^3c_3+5c_6-17c_3c_4+28c_2^2c_4-13c_2c_5$$
$$+33c_2c_3^2+16c_2^5)e_n^6+O(e_n^7)]. \quad …(4.6)$$

Sekarang perhatikan bahwa persamaan (3.2) dapat ditulis menjadi:

$$y_n=x_n-\frac{2f(x_n)}{f'(x_n)+f'(z_n)} \quad ...(4.7)$$

Selanjutnya ekspansi Taylor dari $f(z_n)$ disekitar $z_n=\alpha,$ didapat:

$$f(z_n)=f(\alpha)+(z_n-\alpha)f'(\alpha)+\frac{(z_n-\alpha)^2}{2!}f''(\alpha)+\frac{(z_n-\alpha)^3}{3!}f'''(\alpha)$$
$$+\frac{(z_n-\alpha)^4}{4!}f^{(4)}(\alpha)+\frac{(z_n-\alpha)^5}{5!}f^{(5)}(\alpha)$$
$$+\frac{(z_n-\alpha)^6}{6!}f^{(6)}(\alpha)+O(e_n^7). \quad …(4.8)$$

Selanjutnya substitusikan persamaan (4.6) ke persamaan (4.7), diperoleh:

$$\begin{aligned} f(z_n) = f'(\alpha)[c_2 e_n^2 + (2c_3 - 2c_2^2)e_n^3 + (3c_4 - 7c_2c_3 + 5c_2^3)e_n^4 \\ + (-10c_2c_4 - 6c_3^2 - 12c_2^4 + 24c_2^2c_3 + 4c_5)e_n^{\,5} \\ + (5c_6 + 28c_2^5 - 17c_3c_4 - 13c_2c_5 + 34c_2^2c_4 \\ + 37c_2c_3^2 - 73c_2^3c_3)e_n^6 + O(e_n^7). \end{aligned} \quad \ldots(4.9)$$

Dengan cara yang sama didapat:

$$\begin{aligned} f'(z_n) = f'(\alpha)[1 + 2c_2{}^2e_n{}^2 + (4c_2c_3 - 4c_2^3)e_n^3 + (6c_2c_4 - 11c_3c_2^2 + 8c_2^4)e_n^4 \\ + (28c_3c_2^3 - 20c_4c_2^2 + 8c_2c_5 - 16c_2^5)e_n^5 + (-16c_4c_3c_2 - 68c_3c_2^4 \\ - 26c_2^2c_5 + 10c_2c_6 + 32c_2^6 + 60c_2^3c_4 + 12c_3^3)e_n^6 + O(e_n^7). \end{aligned} \quad \ldots(4.10)$$

Kemudian persamaan (4.4) dikalikan 2 sehingga diperoleh :

$$\begin{aligned} 2f(x_n) = f'(a)[2e_n + 2c_2e_n{}^2 + 2c_3e_n{}^3 \\ + 2c_4e_n{}^4 + 2c_5e_n{}^5 + 2c_6e_n{}^6 + O(e_n{}^7)] \end{aligned} \quad \ldots(4.11)$$

Selanjutnya persamaan (4.5) ditambahkan dengan persamaan (4.10) sehingga diperoleh :

$$\begin{aligned} f'(x_n) + f'(z_n) = f'(a)[2 + 2c_2e_n + (2c_2{}^2 + 3c_3)e_n{}^2 \\ + (-4c_2{}^3 + 4c_2c_3 + 4c_4)e_n{}^3 \\ + (8c_2{}^4 + 11c_2{}^2c_3 + 6c_2c_4 + 5c_5)e_n{}^4 \\ + (-16c_2{}^5 + 28c_2{}^3c_3 - 20c_2{}^2c_4 + 8c_2c_5 + 6c_6)e_n{}^5 \\ + (32c_2{}^6 - 68c_2{}^4c_3 + 60c_2{}^3c_4 - 26c_2{}^2c_5 \\ - 16c_2c_3c_4 + 12c_3{}^3 + 10c_2c_6 + 7c_7)e_n{}^6 \\ + O(e_n{}^7)] \end{aligned} \quad \ldots(4.12)$$

Kemudian bagi persamaan (4.11) dengan persamaan (4.12) setelah penyederhanaan di dapat :

$$\begin{aligned} \frac{2f(x_n)}{f'(x_n) + f'(z_n)} = f'(a)[e_n - c_2e_n{}^2 - 2c_3e_n{}^3 + (14c_2{}^3 + 3c_2c_3 - 3c_4)e_n{}^4 \\ + (-8c_2{}^4 + 49c_2{}^2c_3 + 4c_2c_4 + 6c_3{}^2 \\ - 4c_5)e_n{}^5 + (12c_2{}^5 - 29c_2{}^3c_3 + 72c_2{}^2c_4 + 41c_2c_3{}^2 \\ + 5c_2c_5 + 17c_3c_4 - 5c_6)e_n{}^6 + O(e_n{}^7)] \end{aligned} \quad \ldots(4.13)$$

Kemudian dengan mensubstitusikan persamaan (4.13) ke persamaan (3.2) sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned} y_n = a + (2e_n{}^2 + 2c_3e_n{}^3 + (-14c_2{}^3 - 3c_2c_3 + 3c_4)e_n{}^4 + (8c_2{}^4 - 49c_2{}^2c_3 - 4c_2c_4 \\ - 6c_3{}^2 - 4c_5)e_n{}^5 + (-12c_2{}^5 + 29c_2{}^3c_3 - 72c_2{}^2c_4 - 41c_2c_3{}^2 + 5c_2c_5 \\ - 17c_3c_4 + 5c_6)e_n{}^6 + O(e_n{}^7)] \end{aligned} \quad \ldots(4.14)$$

Selanjutnya ditentukan ekspansi Taylor untuk $f(y_n)$ disekitar $y_n = \alpha$ diperoleh:

$$f(y_n) = f(\alpha) + (y_n - \alpha) f'(\alpha) + \frac{(y_n - \alpha)^2}{2!} f''(\alpha) + \frac{(y_n - \alpha)^3}{3!} f'''(\alpha)$$

4.
$$+ \frac{(y_n - \alpha)^4}{4!} f^{(4)}(\alpha) + \frac{(y_n - \alpha)^5}{5!} f^{(5)}(\alpha)$$

5.
$$+ \frac{(y_n - \alpha)^6}{6!} f^{(6)}(\alpha) + O(y_n - \alpha)^7. \qquad \ldots(4.15)$$

Kemudian dengan mensubstitusikan persamaan (4.14) ke (4.15) dan mengingat $f(\alpha) = 0$, setelah penederhanaan diperoleh:

$$\begin{aligned} f(y_n) = f'(\alpha)[&c_2 e_n^2 + 2c_3 e_n^3 + (-13c_2^3 - 3c_2 c_3 + 3c_4) e_n^4 + (8c_2^4 - 45c_2^2 c_3 - 4c_2 c_4 \\ &- 6c_3^2 + 4c_5) e_n^5 + (-40c_2^5 + 24c_2^3 c_3 - 66c_2^2 c_4 - 37c_2 c_3^2 + 3c_2 c_5 \\ &- 17c_3 c_4 + 5c_6) e_n^6 + O(e_n^7)] \end{aligned} \qquad \ldots(4.16)$$

Dengan cara yang sama sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned} f'(y_n) = f'(\alpha)[&1 + 2c_2^2 e_n^2 + 4c_2 c_3 e_n^3 + (-28c_2^4 - 3c_2^2 c_3 + 6c_2 c_4) e_n^4 + (16c_2^5 - 98c_2^3 c_3 \\ &- 8c_2^2 c_4 + 8c_2 c_5) e_n^5 + (-24c_2^6 - 26c_2^4 c_3 - 140c_2^3 c_4 \\ &- 100c_2^2 c_3^2 + 6c_2^2 c_5 - 16c_2 c_3 c_4 + 12c_3^3 + 10c_2 c_6) e_n^6 \\ &+ O(e_n^7)] \end{aligned} \qquad \ldots(4.17)$$

Kemudian dihitung $\dfrac{z_n + y_n}{2}$ dengan menggunakan persamaan (4.14) dan persamaan (4.6) dan kemudian dikalikan 4, setelah penyederhanaan diperoleh :

$$4f'\left(\frac{z_n + y_n}{2}\right) = f'(\alpha)\left[4 + 8c_2^2 e_n^2 + \left(-8c_2^3 + 16c_2 c_3\right) e_n^3 + \left(-40c_2^4 - 28c_2^2 c_3 + 24c_2 c_4\right) e_n^4\right.$$

6.
$$+ (-140c_2^3 c_3 - 56c_2^2 c_4 + 32c_2 c_5) e_n^5$$

$$+ (16c_2^6 - 200c_2^4 c_3 - 160c_2^3 c_4 - 200c_2^2 c_3^2$$

1.
$$- 40c_2^2 c_5 - 64c_2 c_3 c_4 + 48c_3^3 + 40c_2 c_6) e_n^6$$

$$\left. + O\left(e_n^7\right)\right]. \qquad \ldots(4.18)$$

Persamaan (4.6) dikali dengan 6 didapat:

$$\begin{aligned} 6f(y_n) = f'(\alpha)[&6c_2 e_n^2 + 12c_3 e_n^3 + (-78c_2^3 - 18c_2 c_3 + 18c_4) e_n^4 \\ &+ (48c_2^4 - 270c_2^2 c_3 - 24c_2 c_4 - 36c_3^2 + 24c_5) e_n^5 \\ &+ (-240c_2^5 + 144c_2^3 c_3 - 396c_2^2 c_4 - 222c_2 c_3^2 \\ &+ 18c_2 c_5 - 102c_3 c_4 + 30c_6) e_n^6 + O(e_n^7)]. \end{aligned} \qquad \ldots(4.19)$$

Persamaan (4.10) ditambah persamaan (4.18) dan dijumlahkan dengan persamaan (4.17), diperoleh:

$$
\begin{aligned}
& f'(z_n)+4f'\left(\frac{z_n+y_n}{2}\right)+f'(y_n)= \\
&= f'(\alpha)\big[6+12c_2e_n^2+(24c_2c_3-12c_2^3)e_n^3 \\
&\quad +(36c_2c_4-42c_2^2c_3-60c_2^4)e_n^4 \\
&\quad +(-210c_2^3c_3-84c_2^2c_4+48c_2c_5)e_n^5 \\
&\quad +(24c_2^6-294c_2^4c_3-240c_2^3c_4-300c_2^2c_3^2 \\
&\quad -60c_2^2c_5-96c_2c_3c_4+72c_3^3+60c_2c_6\big)e_n^6+O\left(e_n^7\right)\big]
\end{aligned}
\qquad \ldots(4.20)
$$

Selanjutnya bagi persamaan (4.19) dengan persamaan (4.20), setelah penyederhanaan didapat:

$$
\begin{aligned}
\frac{6f(y_n)}{\left(f'(y_n)+4f'\left(\frac{z_n+y_n}{2}\right)+f'(z_n)\right)} &= c_2e_n^2+2c_3e_n^3+(-13c_2^3-3c_2c_3+3c_4)e_n^4 \\
&\quad +(8c_2^4-46c_2^2c_3-4c_2c_4-6c_3^2+4c_5)e_n^5 \\
&\quad +(-42c_2^5+26c_2^3c_3-68c_2^2c_4-39c_2c_3^2 \\
&\quad +3c_2c_5-17c_3c_4+5c_6)e_n^6+O(e_n^7)
\end{aligned}
\qquad \ldots(4.21)
$$

Kemudian substitusikan persamaan (4.14) dan persamaan (4.21), setelah penyederhanaan diperoleh:

$$x_{n+1}=\alpha+c_2^3e_n^4-3c_2^2c_3e_n^5+(30c_2^5+3c_2^3c_3-4c_2^2c_4-2c_2c_3^2)e_n^6+O(e_n^7),$$

Sehingga

$$e_{n+1}=c_2^3e_n^4-3c_2^2c_3e_n^5+(30c_2^5+3c_2^3c_3-4c_2^2c_4-2c_2c_3^2)e_n^6+O(e_n^7)$$

Maka iterasi tiga langkah ini mempunyai konvergensi orde enam.

3.3 Simulasi Numerik

Pada subbab ini akan dilakukan simulasi numerik untuk melihat perbandingan Metode Iterasi Tiga langkah dengan Metode Newton, VMN dan Hasanov dengan menggunakan program Matlab. Persamaan nonlinear yang dibandingkan adalah:

1. Fungsi Polinomial: $f_1(x)=x^3-2x^2-5$
2. Fungsi Trigonometri: $f_2(x)=e^x-1-\cos(x)$
3. Fungsi Polinomial: $f_3(x)=x^{10}-1$
4. Fungsi Trigonometri: $f_4(x)=\sin(x)$
5. Fungsi Eksponensial: $f_5(x)=e^x-3x^2$

Untuk kriteria pemberhentian komputasi digunakan $|x_{n+1}-x_n|<Tol$ atau $\max|f(x_n)|<eps$ dengan batas *error* yang diberikan yaitu 1.0×10^{-18}, sedangkan jumlah iterasi maksimum adalah sebanyak 100 kali.

Tabel 3.1. Tabel Hasil Komputasi Metode Newton (N)

Contoh	x_0	Metode Newton (N)	
		Akar	n
1	2	2.6906474480286138	7
2	0.3	0.6013467677258198	6
3	1.2	1.0000000000000000	8
4	0.5	0.0000000000000000	4
5	0.1	-0.4589622675369485	8

Tabel 3.2. Tabel Hasil Komputasi Metode VMN

Contoh	x_0	Metode VNM	
		Akar	n
1	2	2.6906474480286138	5
2	0.3	0.6013467677258198	4
3	1.2	1.0000000000000000	6
4	0.5	0.0000000000000000	4
5	0.1	-0.4589622675369485	6

Tabel 3.3. Tabel Hasil Komputasi Metode Hasanov (HN)

Contoh	x_0	Metode Hasanov (HN)	
		Akar	n
1	2	2.6906474480286138	5
2	0.3	0.6013467677258198	4
3	1.2	1.0000000000000000	5
4	0.5	0.0000000000000000	3
5	0.1	-0.4589622675369485	6

Tabel 3.4. Tabel Hasil Komputasi Metode Iterasi Tiga Langkah (ITL)

Contoh	x_0	Metode Iterasi Tiga Langkah (ITL)	
		Akar	n
1	2	2.6906474480286138	5
2	0.3	0.6013467677258198	4
3	1.2	1.0000000000000000	5
4	0.5	0.0000000000000000	2
5	0.1	-0.4589622675369485	5

Tabel 3.5. Tabel Hasil Komputasi Perbandingan Metode Newton, VNM, Hasanov dan Metode Iterasi Tiga Langkah

Contoh	x_0	N	VNM	HN	ITL
1	2	7	5	5	5
2	0.3	6	4	4	4
3	1.2	8	6	5	5
4	0.5	4	4	3	2
5	0.1	8	6	6	5

Jika dilihat kekonvergenan pada nomor 1 sampai 5 kekonvergenan dari Iterasi Tiga Langkah dengan kekonvergenan berorde enam lebih lebih cepat dalam menemukan akar persamaan nonlinear dibandingkan dengan metode Newton, VMN dan Hasanov.

4. KESIMPULAN

Dari pembahasan pada bab sebelumnya, dapat disimpulkan bahwa metode iterasi Baru Tiga Langkah dapat diperoleh dengan menggunakan metode Newton untuk langkah pertama, kemudian diikuti dengan metode VMN sebagai langkah kedua dan menggunakan langkah ketiga dari metode Hasanov yang formulasinya diberikan oleh:

$$z_n = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}, \quad f'(x_n) \neq 0$$

$$y_n = x_n - \frac{2f(x_n)}{f'(x_n) + f'(z_n)}$$

$$x_{n+1} = y_n - \frac{6f(y_n)}{f'(y_n) + 4f'\left(\frac{z_n + y_n}{2}\right) + f'(z_n)}$$

Secara analitik ditunjukkan bahwa metode Iterasi Tiga Langkah ini Berorde Enam. Hal ini didukung oleh hasil simulasi numerik. Secara komputasi tidaklah dapat disimpulkan bahwa metode ini lebih efisien karena orde kekonvergenan enam memerlukan perhitungan fungsi enam, sedangkan metode Newton mempunyai orde konvergen dua memerlukan perhitungan fungsi dua.

DAFTAR PUSTAKA

Atkinson, K. . (1989). Atkinson, K.E. 1989. Elementary of Numerical Analysis, seconded. John Wiley and Son, New York. *Elementary of Numerical Analysis, Seconded*, (John Wiley and Son, New York).

Cheney, W. and Kincaid, D. (1994). Numerical Mathematics and Computer Third ed. *Numerical Mathematics and Computer Third Ed*, (Brooks / Cole Publishing Company).

Int.J.Comput, M. (2007). An efficient three-step iterative method with sixth-order convergence for solving nonlinear equations," Int. J. Comput. Math., vol. 84, no. 3, pp. 369–375, 2007. *An Efficient Three-Step Iterative Method with Sixth-Order Convergence for Solving Nonlinear Equations*, *84*, *n*.

Weerakon, S. and Fernando, T. G. . (1998). A Variant of Newton's Method with Accelerated Third-Order Convergence. *A Variant of Newton's Method with Accelerated Third-Order Convergence*, (Department of Mathematics, University of Sri Jayewardenepura).